

Ігор Миколайович ПІСТУНОВ

д.т.н., професор, Національний технічний університет "Дніпровська політехніка"

ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-9041-9368>e-mail: pistunovi@gmail.com**Слізавета Едуардівна ЛІТАУ**

студентка, Національний технічний університет "Дніпровська політехніка"

ORCID: <https://orcid.org/0000-0001-5111-6108>e-mail: Litau.Y.E@ntu.one**ДИНАМІЧНА МОДЕЛЬ ЛЕОНТЬЄВА ЯК ЗАСІБ
ПРОГНОЗУВАННЯ РОЗВИТКУ ЕКОНОМІКИ УКРАЇНИ**

У статті розглянуто можливість прогнозування розвитку економіки України за допомогою динамічної моделі Леонтьєва з трьома видами виробничої діяльності: виробництво знарядь праці (галузь 1), виробництво предметів праці (галузь 2), виробництво предметів споживання (галузь 3). Розраховано значення коефіцієнтів моделі, яка складається з лінійного, нелінійного та диференціального рівнянь першого порядку за даними 2008-2020 рр. Розв'язано задачу Коші відносно галузей 1, 2, 3. Виконано прогноз на 2021-2022 рр. Порівняння прогнозу з даними ДержСтату за 2021 р. показало прийнятну точність прогнозування.

Ключові слова: Модель Леонтьєва, задача Коші, нелінійна модель, прогноз, економіка України

ВСТУП

Розвиток економіки України йде в умовах суперечливих тенденцій позбавлення наслідків тоталітарного минулого з жорсткою плановою економікою, яка не враховувала швидких змін у попиті та виробництві, та намаганням стати країною з реальною ринковою економікою. Тому дуже важливим є можливість прогнозування перспектив економічного прогресу України.

Прогнозування як наукова дисципліна має значну кількість послідовників і дослідників. Основним методом для прогнозування часових рядів, якими і є статистичні показники економіки, є використання попе-

редніх значень самих показників (авторегресійні моделі) та поточного часу, яким у таких моделях виступають квартали та роки [1].

Однією з найефективніших моделей, яка, на наш погляд, найбільше відповідає сучасним реаліям економіки України, є динамічна модель Леонтьєва [2] з трьома видами виробничої діяльності: виробництво знарядь праці (галузь 1 – x_1), виробництво предметів праці (галузь 2 – x_2), виробництво предметів споживання (галузь 3 – x_3) виду (1), де a та b – коефіцієнти моделі, t – час:

$$\begin{cases} x_1(t) = a_{11}x_1(t) + a_{12}x_2(t) + a_{13}x_3(t) + b_{11} \frac{dx_1}{dt} + b_{12} \frac{dx_2}{dt} + b_{13} \frac{dx_3}{dt} \\ x_2(t) = a_{21}x_1(t) + a_{22}x_2(t) + a_{23}x_3(t) \\ x_3(t) = c(t) \end{cases} \quad (1)$$

МЕТА роботи – знайти числові значення коефіцієнтів (1), визначити тип функції x_3 , оцінити стан економіки України за коефіцієнтами λ та r_0 , прогнозувати параметри x_1 , x_2 та x_3 на майбутній період, оцінити якість прогнозування.

МЕТОДИ ДОСЛІДЖЕННЯ

Дослідження базується на працях вітчизняних і зарубіжних вчених, на матеріалах періодичних видань, даних Держстату України. Використано методи математичного аналізу, спектральної щільності, синтезу трансцендентних моделей, прогнозування часових рядів.

РЕЗУЛЬТАТИ

Для вирішення поставлених задач використано дані для всіх галузей економіки з сайту Державного управління статистики України [3] за 2010-2020 рр. по-квартально.

Здійснено угруповання даних згідно з методикою [4]

для виконання вимог моделі шляхом складання показників галузей виробництва, які входять у відповідний вид виробничої діяльності:

Галузь X_1 – виробництво знарядь праці: сільське та лісне господарство; добувна промисловість; постачання електроенергії, газу, пари та кондиційованого повітря.

Галузь X_2 – виробництво предметів праці: переробна промисловість; будівництво; водопостачання; каналізація, поводження з відходами.

Галузь X_3 – виробництво предметів споживання: торгівля та ремонт; транспорт та зв'язок; освіта; фінансова діяльність; операції з нерухомістю, послуги підприємцям; державне управління; інші види економічної діяльності; податки та продукти мінус оплата послуг фінпосередників; охорона здоров'я та надання соціальної допомоги.

Всі дані зібрано за кварталними даними у таблицю Excel, час t позначався як РРРРКК, де Р – номер року,

а КК – номер кварталу. Наприклад, для 3 кварталу 2011 р. $t = 201103$.

Модель виробництва предметів споживання, згідно з [1] рекомендується описувати експоненційною залежністю. Розрахунок коефіцієнтів зроблено методом регресійного аналізу програмою Excel, додатком Regression. Отримано залежність:

$$X_3 = 9,791 \cdot 10^{-125} e^{-0,001480489918691t} \quad (2)$$

На рис. 1 показано графік та лінію апроксимації для галузі X_3 . На цьому графіку також видно щоквартальні сезонні коливання.



Рис. 1. Опис X_3 експонентою

Тоді з урахуванням (2) залежність виробництва предметів споживання від часу прийняла вигляд (рис. 3):

$$X_3 = 9,7910^{-125} \cdot e^{0,00148048991869171t} + 10^5 \cdot (1 - e^{-0.05t}) \cdot \sin 0.5t + 3 \cdot 10^5 (1 - e^{-0.01t}) \sin 0.25t + 5000 \quad (3)$$

Для знаходження коефіцієнтів першого та другого рівнянь з (1) використано додаток Regression електронних таблиць Excel. Похідні першого порядку в розрахунковій таблиці замінено різницями виду $dX/dt = X_t - X_{t-1}$. Такий підхід вимагає використання в якості аргументів шуканих залежностей попередні значення цих же даних. В результаті отримано такі залежності: (4) – для галузі виробництва знарядь праці X_1 та (5) – для галузі виробництва предметів праці X_2 .

$$X_1 = 1,18342285744979 \cdot x_1 - 2,3270297036464 \cdot x_2 + 0,377867916078636 \cdot x_3 + 1,26335422821506 \cdot \frac{dx_1}{dt} - 5343,45276621494 \cdot \frac{dx_2}{dt} + 2056,11583063847 \cdot \frac{dx_3}{dt} \quad (4)$$

$$X_1 = 4,161^{-120} \cdot e^{0,0015t} + 22.2 \cdot 10^5 \left(\frac{1 - e^{-0.05t+1}}{-0,05t+1} \right) (-\cos 0.5t) + 66.6 \cdot 10^5 \left(\frac{1 - e^{-0.01t+1}}{-0,01t+1} \right) (-\cos 0.25t) + 1.8 \cdot 10^9 \cdot \left(\frac{1 - e^{-0.05t+1}}{-0,05t+1} \right) (-\sin 0.5t) + 3/4 \cdot 10^9 \left(\frac{1 - e^{-0.01t+1}}{-0,01t+1} \right) (-\sin 0.25t) - 19453,43988x_{t-1} + 9.4 \cdot 10^8 \quad (6)$$

Прогнозування виконувалося на два роки – 2021 та 2022 рр. Дані 2021 р. використано для визначення середньої похибки прогнозування. Результати прогнозування для всіх трьох галузей показано на рис. 4-6, де перша точка відповідає 1 кв. 2021 р., а восьма – 4 кв. 2022. Середня похибка прогнозування склала для X_1 –

Для врахування цих коливань знайдено різницю між кривою апроксимації (2) та значеннями X_3 . Оскільки маємо періодичні коливання, то їх апроксимацію варто здійснювати за методикою [5], яка дозволяє знайти коефіцієнти трансцендентних моделей через функцію Solver електронних таблиць Excel. Для знаходження частоти та амплитуди синусоїд використано програмний комплекс Statistika. Амплітудно-частотна характеристика різниць (рис. 2) показала два найбільших складники з частотами 0,25 та 0,5. Отже, модель різниць має містити суму двох синусоїд.

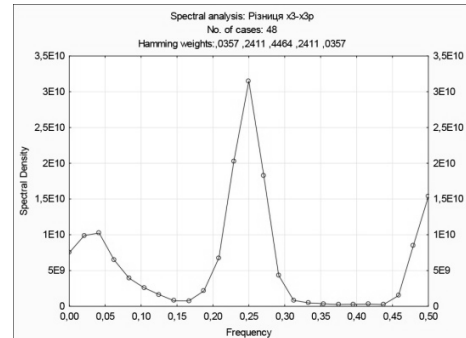


Рис. 2. Амплітудно-частотна характеристика різниць

$$X_2 = 0,0466278483524375 \cdot x_1 - 0,375989446763958 \cdot x_2 + 0,283484801766206 \cdot x_3 \quad (5)$$

Якщо підставити тепер формули за (4) та (5) у (3), то згідно з [1] маємо отримати вираження виду:

$$x_1(t) = \tilde{a}x_1(t) + \tilde{b} \frac{dx_1}{dt} + \tilde{g}_1 c(t) + \tilde{g}_2 \frac{dc}{dt},$$

для якого коефіцієнти знаходяться як перетворення коефіцієнтів з (1):

$$\tilde{a} = a_{11} + \frac{a_{12}a_{21}}{1 - a_{22}}, \quad \tilde{b} = b_{11} + \frac{b_{12}b_{21}}{1 - b_{22}},$$

$$\tilde{g}_1 = a_{13} + \frac{a_{12}a_{23}}{1 - a_{22}}, \quad \tilde{g}_2 = b_{13} + \frac{b_{12}a_{23}}{1 - a_{22}}.$$

У результаті отримаємо задачу Коші, яку розв'язано методом розкладення похідної на частини dx та dt . Для знаходження константи інтегрування C_0 використано значення X_1 для I кв. 2010 р. Результат перетворень подано у формулі (6):

9,56 %, для X_2 – 17,54 %, для X_3 – 14,70 %.

Аналіз стану економіки України за показником $\lambda = 0,0005700215$ [1] визначає, що технологічний приріст економіки України практично відсутній. Все зростання відбувається за рахунок екстенсивного збільшення випуску продукції.

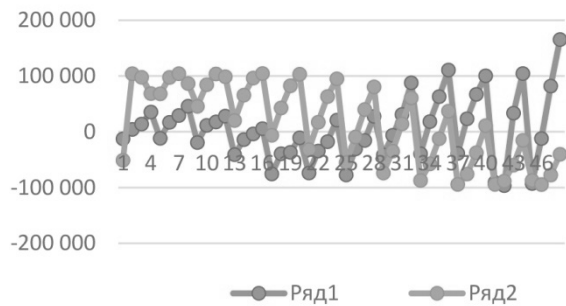
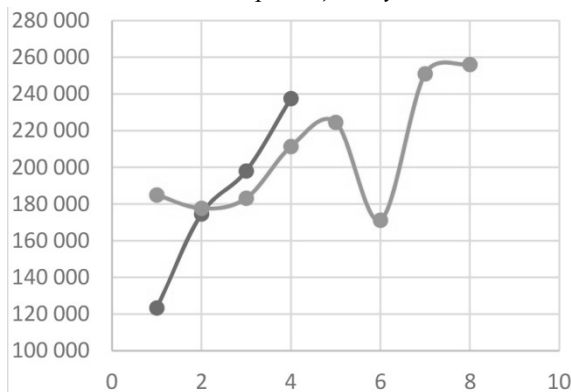
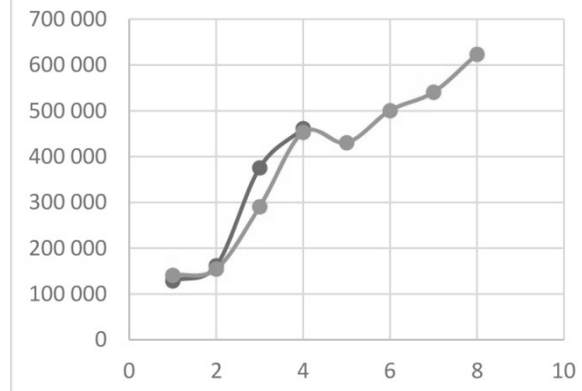
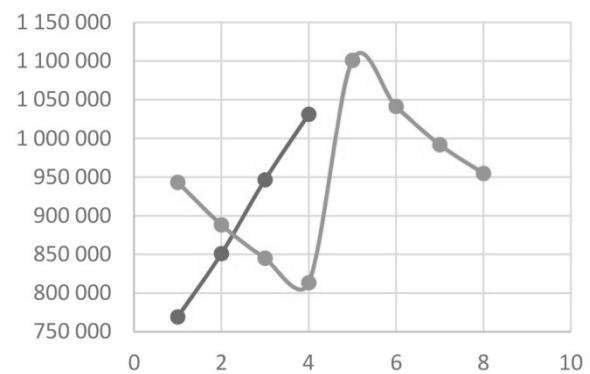


Рис. 3. Опис різниць синусоїдою

Рис. 5. Прогноз для X_2 Рис. 4. Прогноз для X_1 Рис. 6. Прогноз для X_3

Коефіцієнт пропорційності зростання продукції [1] $r_0 = 0.23$. Це підтверджує, що розвиток економіки йде екстенсивним шляхом, оскільки для інтенсивного розвитку характерним є $0 \leq r_0 \leq \tilde{\lambda}$.

Загалом прогноз показав, що 2022 р. мав би стати роком чергового зростання економіки України.

ВИСНОВКИ

Підсумовуючи, відзначимо:

- 1) 2022 р. мав би стати черговим роком підйому економіки України;
- 2) динамічна модель Леонт'єва дозволяє прогнозувати розвиток економіки держави;

Список використаних джерел

1. Гладка О.М., Карпович І.М., Сінчук А.М. Моделі економічної динаміки для фахівців з інформаційних технологій. Рівне, 2019. 158 с.
2. Бродський Ю.Б., Молодецька К.В. Моделювання економічної динаміки. Житомир, 2016. 132 с.
3. Державна служба статистики України. URL: <https://www.ukrstat.gov.ua/>
4. Галузева і міжгалузева структура національної економіки. URL: https://studopedia.su/9_65508_galuzeva-i-mizhgaluzeva-struktura-natsionalnoi-ekonomiki.html
5. Пістунов І.М., Пістунов М.І. Моделювання періодичних процесів в економіці. *Економіка: проблеми теорії та практики*. 2001. Вип. 135. ДНУ. С. 204-207.

References

1. Hladka O.M., Karpovych I.M., Sinchuk A.M. Models of economic dynamics for specialists in information technologies. Rivne, 2019. 158 p. (in Ukrainian).
2. Brodskiy Yu.B., Molodetska K.V. Modeling of economic dynamics. Zhytomyr, 2016. 132 p. (in Ukrainian).
3. State Statistics Service of Ukraine. URL: <https://www.ukrstat.gov.ua/> (in Ukrainian).
4. Branch and inter-branch structure of the national economy. URL: https://studopedia.su/9_65508_galuzeva-i-mizhgaluzeva-struktura-natsionalnoi-ekonomiki.html (in Ukrainian).
5. Pistunov I.M., Pistunov M.I. Modeling periodic processes in the economy. *Economics: problems of theory and practice*. 2001. Issue 135. DNU. pp. 204-207. (in Ukrainian).

Ihor PISTUNOV

Doctor of Engineering, Professor, Dnipro University of Technology

ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-9041-9368>

e-mail: pistunovi@gmail.com

Yelizaveta LITAU

student, Dnipro University of Technology

ORCID: <https://orcid.org/0000-0001-5111-6108>

e-mail: Litau.Y.E@nmu.one

**LEONTIEV'S DYNAMIC MODEL AS A TOOL FOR FORECASTING
THE DEVELOPMENT OF THE ECONOMY OF UKRAINE**

The development of Ukraine's economy is taking place in the conditions of contradictory trends of getting rid of the consequences of the totalitarian past with a rigid planned economy that did not take into account rapid changes in demand and production, and efforts to become a country with a real market economy. Therefore, the ability to forecast prospects for Ukraine's economic progress is very important.

To solve the problems, Leontiev's dynamic model with three types of production activity was used: the production of work tools (industry 1), the production of labor items (industry 2), the production of consumer goods (industry 3), which, according to the authors, best corresponds to the modern realities of the Ukrainian economy.

Data for calculating the coefficients of the model were taken from the website of the State Statistics Office for the years 2010-2020 on a quarterly basis. The grouping of data was carried out according to the requirements of the model, by compiling the indicators of the branches of production that are included in the corresponding type of production activity. The model of production of consumer goods is described by an exponential dependence with the addition of sinusoidal effects. The derivatives of the first order were replaced by the differences of the next and previous values of the indicators. The data of each indicator for the previous period were taken as the basis of the arguments. The frequency and amplitude of the two sinusoids were determined through spectral analysis. The calculation of coefficients of models for the production of work tools and the production of work items was carried out by the method of regression analysis. The coefficient of determination of the models exceeded 0.9. Cauchy's problem regarding the production of labor tools has been solved.

Based on the coefficients of the tool production model a , g_1 , b_1 , b_2 , coefficients r_0 (r zero) and λ are determined, which allow to assess the state of the country's economy.

A system of three equations was used to calculate the forecast for 2021-2022. A comparison of the forecast with DerzhStat data for 2021 showed acceptable forecasting accuracy.

Keywords: Leontiev model, Cauchy problem, nonlinear model, forecast, economy of Ukraine